３、（くり返しゲーム、社会慣習とナッシュ均衡）１９９９年サブゼミ資料

法政大学　経済学部　鈴木　豊

ＡとＢを、２人の研究者だとしよう。両者が協調（高努力）すれば８という大きな利益をあげ、各研究者とも$u(4)-2=4-2=2$の効用を得られるが、互いにサボれば（低努力すれば）２の利益しかあげられず、各研究者は$u(1)=1$の効用しか得られない。また、いずれかの研究者が高努力（協調的行動）を遵守し、他の研究者がそれを破って低努力しか行わなければ、５の利益が上がるが、前者は努力を注ぎ込んだ分、効用が下がり、$u(2.5)-2=2.5-2=0.5$の効用しか得られず、後者は努力を行っていない分、$u(2.5)=2.5$の効用を得られるとする。

（１）　この状況が記述できるように下の<u>**利得行列（ペイオフマトリックス）**</u>を完成せよ。

A＼B	協調（高努力）	逸脱（低努力）
協調（高努力）		
逸脱（低努力）		

（２）　なぜ１回限りのゲームにおいて両研究者は協調（高努力）できないのか？

（３）　今度は、二人の研究者がこのゲームを無限回繰り返し行う状況を考える。この時、各企業の（同一の）割引要因δがある値以上のときは、協調（高努力）戦略の組が、無限回繰り返しゲームのナッシュ均衡において実現しうることを示しなさい。両者が<u>**トリガー戦略**</u>をとるとし、それを取り合うことがナッシュ均衡であることを示すこと。

（４）　（３）の結果を解釈する時、（高努力、高ボーナス）の労働文化（社会慣習）と、（低努力、低ボーナス）の労働文化（社会慣習）が**多様に存在する状態**として解釈するとすれば、理論的にはどう説明すれば良いか？ <u>Key Words</u>：フォーク定理、ナッシュ均衡。

（５）　今度は$2N$人（Nは整数）の研究者（労働者）がいて、毎期毎期**ランダムにマッチ**してN個のチームを形成し、上記の囚人のジレンマゲームをプレイする、そのプロセスが繰り返し行われるとする。この時、各プレーヤーの**過去の行動の歴史（History）**を、マッチした相手に知らせる**情報伝達装置（情報加工装置）の存在を仮定**することは、どのような本質的な意味があるか？次の言葉を参考にして考えよ。

Key Words. コミュニケーション、完全情報、集権的情報加工（centralized information processing)、協調可能性、評判

（６）<u>**チップ（Tipping）**</u>とは、次のように定義することが出来よう。

<u>A small present of money</u> given to someone, as a waiter, porter, etc., for <u>performing a service</u>. このチップという**慣習（Custom）**は、米国、英国、日本、伊、豪、ブラジルなど、<u>国が異なれば、その形態も異なる</u>ことが知られている。これを、<u>ゲーム理論的に</u>説明するには、上の枠組みを如何に適用、または修正すればいいか？

２０００年度サブゼミ第１回：メモ(ギボンズ第１章補足)

５月１１日（木）　鈴木　豊

Dominance

Strictly dominates…$u(s,\omega) > u(t,\omega), \forall \omega \in \Omega$

Weakly dominates…$u(s,\omega) \geq u(t,\omega), \forall \omega \in \Omega,$ and $u(s,\omega) > u(t,\omega), \exists \omega \in \Omega$

Action s is undominated iff it is not weakly dominated.

Never a weak best response

Action s is never a weak best response (NWBR) iff it is not a weak best response to *any* $q \in \Delta(\Omega)$

ここで、qは自然状態(states of nature:Ω)(や他のプレーヤーの戦略)に対する、あるプレーヤーの信念（beliefs）で、ある確率分布をとる。

A weak best response to beliefs q iff $u(s,q) \geq u(t,q)$ for all $t \in S$ (Sは actions)

Lemma. A strictly dominated strategy is a NWBR

sはどんなｑに対しても最適反応とならない。→a NWBR

	ω^1	ω^2
s^1	3	0
s^2	0	3
s^3	1	1

逆は、正しくない。

左の例で、任意の信念のベクトルｑに対して、$u(s^3,q) \geq 1$

一方、任意の信念のベクトルｑに対して、$u(s^1,q) \geq \frac{3}{2}, u(s^2,q) \geq \frac{3}{2}$

従って、s^3は **NWBR。しかし、**s^3はs^1にもs^2にも支配されない。

★ Mixed Action $\hat{s} = \begin{cases} s^1 & w.p \quad 0.5 \\ s^2 & w.p \quad 0.5 \end{cases}$, then $u(\hat{s},q) = \frac{3}{2}$ for any q

Iterative Elimination of Strictly Dominated Strategies

	Sun	**Rain**
No umbrella	**5,3**	**0,0**
Umbrella	**1,5**	**3,2**

On Common Knowledge

① ゲームの構造$\langle S_1, S_2, \ldots, S_n, u_1, u_2, \ldots, u_n \rangle$が共有知識

② プレーヤーが合理的（rational）だということも共有知識

Iterative Elimination of Weakly Dominated Strategies

～「支配される戦略」を除去する<u>順序</u>が、重要になる。

	L	**M**	**R**
T	**50,0**	**5,5**	**1,** -10^5
B	**50,50**	**5,0**	**0,** -10^5

例①

	L	**R**
T	**3,2**	**2,2**
M	**1,1**	**0,0**
B	**0,0**	**1,1**

例２

<u>定義</u>（**Nash 均衡**）◆

$s^* = \left(s_i^*\right)_{i \in N}$ is a Nash Equilibrium iff $u_i\left(s_i^*, s_{-i}^*\right) \geq u_i\left(s_i, s_{-i}^*\right), \forall i \in N, \forall s_i \in S_i$

or $\forall i \in N$, s_i^* is a **Best Response** (BR) against s_{-i}^*

<u>ナッシュ均衡の解釈</u>

① **Focal Points** （焦点）

② **Preplay Communication**

→プレーヤーをある均衡に**調整（コーディネート）**できる。なぜならば、均衡は、<u>**自己拘束的契約（self enforcing contract）と解釈できる**</u>から。

<u>二つの例の比較</u>

	B	M
B	2，1	0，0
M	0，0	1，2

例①　**BOS**

	C	D
C	9，9	0，8
D	8，0	7，7

例②　Security Dilemma

第２の例で、プレーヤーがパレート優位な均衡（C,C）をプレイすることを事前合意できるか？そしてそれは、自己拘束的（self enforcing）といえるか？
一方、第１の例で、例えば、（B,B）均衡は自己拘束的（self enforcing）といえるか？
二つ例の違いは何か？

◆ （注）$s_i^* \in S_i$ is i's Dominant Strategy iff $u_i\left(s_i^*, s_{-i}\right) \geq u_i\left(s_i, s_{-i}\right), \forall i \in N, \forall s_i \in S_i$ or $\forall i \in N$, s_i^* is a **Best Response**(BR) against $\forall s_{-i} \rightarrow s^* = \left(s_i^*\right)_{i \in N}$ is the Dominant Strategy Equilibrium iff s_i^* is the Dominant Strategy for all $i \in N$.